

## Теоретические основы оценки математической грамотности в исследовании PISA-2012

### *Оценка математической грамотности в исследовании PISA-2012*

Разработчики исследования PISA в 1999 году поставили перед собой задачу определения готовности 15-летних подростков к адаптации в современное общество. Значительные изменения, которые произошли за последние годы в технической стороне жизни в современном мире, убедительно показывают, что математика является важным инструментом для успешного решения многих проблем, с которыми сталкиваются молодые люди в личных, учебных, профессиональных, общественных и научных аспектах повседневной жизни. Это обстоятельство и определило одно из направлений исследования PISA – оценка готовности 15-летних учащихся к использованию математики для решения проблем в повседневной жизни. Исследование проводится 3-летними циклами. За 2000-2012 гг. было проведено 5 циклов данного исследования. В 2003 и 2012 гг. это направление было приоритетным и по сравнению с другими направлениями ему уделялась значительно большая часть времени, отведенного на тестирование учащихся.

Содержание оценки математической подготовки 15-летних учащихся основано на понятии **математической грамотности** – «способности человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину»<sup>1</sup>. [1, p.84] Это определение использовалось до 2009 г. включительно.

В 2012 г. в это определение математической грамотности были внесены изменения, связанные с учетом познавательных процессов, в которые вовлечены учащиеся, чтобы решить проблему, представленную в некотором контексте, с помощью математики. Для этого надо сформулировать поставленную проблему на языке математики, применить известные математические понятия, факты, процедуры и рассуждения, интерпретировать и оценить математические результаты с учетом контекста, в котором представлена проблема. Эти особенности умственной деятельности при решении разнообразных проблем с помощью использования математики были отражены в уточненном определении математической грамотности.

*«Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину»<sup>2</sup>.*

В уточненном определении *математической грамотности* говорится о том, что она включает умение работать с математическими инструментами. К ним отнесены физические и цифровые устройства, присущие технологии 21 века, использование которых стало общепринятым и продолжает расширяться. Очевидно, что владение этим умением является необходимым условием успешности современного человека. Проверка наличия этого умения у 15-летних учащихся является новым направлением в исследовании PISA-2012. С этой целью в 2012 г. впервые часть математических заданий по-прежнему предлагалась и выполнялась на бумаге, а часть заданий предлагалась на

<sup>1</sup> Assessing Reading, Mathematics and Scientific Literacy: A framework for PISA 2009. OECD, 2009

<sup>2</sup> OECD (2013), PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, OECD Publishing. p. 25

компьютере, и свои ответы ученики вводили в компьютер. Задания, которые предлагались на компьютере, позволили расширить область предлагаемых для анализа ситуаций, математических инструментов и данных, например, за счет включения наборов пространственных геометрических конструкций, виртуальных измерительных инструментов, различных наборов объемных статистических данных.

Концепция оценки математической грамотности в исследовании PISA-2012 включает теоретические обоснования оценки математической подготовки 15-летних учащихся: определение математической грамотности, описание познавательной деятельности учащихся при применении математической грамотности и фундаментальных математических способностей, которые лежат в основе этой деятельности. В концепции описан подход к организации содержания проверки – распределение его на четыре области. Эти области охватывают математическое содержание, которое составляет базу для обеспечения успешного функционирования в современном обществе. Описываются четыре контекстных категории, в рамках которых учащимся будут предложены математические проблемы. Установлены соотношения между количеством заданий по четырем содержательным областям и контекстными категориям, которые обеспечивают получение достоверной информации о подготовке учащихся по каждой из областей и категорий контекста.

Отметим, что основные положения исследования PISA-2012 относительно математического содержания и тематики курса математики в целом не имеют существенных отличий от положений, на которых строились исследования 2003-2009 гг. Кардинально изменены в 2012 г. описания мыслительных процессов в когнитивной деятельности учащихся при решении математических проблем.

#### Организация области исследования математической грамотности

В основу организации области исследования математической грамотности положены три пересекающихся аспекта:

- математическое *содержание*, которое используется в тестовых заданиях,
- *контекст*, в котором представлена проблема,
- математические мыслительные *процессы*, которые описывают, что делает ученик, чтобы связать этот контекст с математикой, необходимой для решения поставленной проблемы.

До 2009 г. математические процессы описывались с использованием термина компетентность. Считалось, что человеку нужно обладать рядом математических компетенций, которые в совокупности рассматривались в качестве составляющих общей математической компетентности, необходимой для решения разнообразных задач. Были установлены три уровня компетентности: уровень воспроизведения, уровень установления связей и уровень размышлений. Однако на последующем цикле исследования 2010-2012 гг. разработчики отказались от использования этого подхода для характеристики познавательной деятельности при решении проблем. Анализ результатов тестирования и беседы с учащимися показали, что в зависимости от особенностей программ обучения и учебного процесса при выполнении одного и того же задания разные учащиеся проявляли разные уровни компетентности. То есть принятые уровни компетентности не отражали основные виды деятельности при решении проблем.

В результате для описания деятельности при решении задач были предложены три глагола: *формулировать*, *применять* и *интерпретировать*, которые явно отражают основные виды деятельности при решении проблем посредством использования математики. Они указывают на три мыслительных процесса, в которые, как правило, будут вовлечены учащиеся при активном участии в решении проблем:

- формулировать ситуацию математически;
- применять математические понятия, факты, процедуры размышления;

– интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

Ниже приводится описание этих видов деятельности, принятое разработчиками исследования PISA-2012<sup>3</sup>.

**Формулировать ситуации математически** (*formulating situations mathematically*) включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать ее в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации. Определять переменные, размышлять и понимать условия и допущения, облегчающие подход к проблеме или ее решение. (см. Приложение «Примеры заданий из исследования PISA 2000-2012» задания «Лицца», «Рок-концерт»)

**Применять математику** (*employing mathematics*) включает способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов. Эта деятельность включает выполнение математических процедур, необходимых для получения результатов и математического решения (например, выполнять действия с алгебраическими выражениями и уравнениями или другими математическими моделями, анализировать информацию на математических диаграммах и графиках, работать с геометрическими формами в пространстве, анализировать данные). Работать с моделью, выявлять закономерности, определять связи между величинами и создавать математические аргументы. (см. Приложение, задание «Садовник»)

**Интерпретировать** (*interpreting mathematics*) включает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы. Эта деятельность включает перевод математического решения в контекст реальной проблемы, оценивание реальности математического решения или рассуждений по отношению к контексту проблемы. Этот процесс охватывает и интерпретацию, и оценку полученного решения или определение того, что результаты разумны и имеют смысл в рамках предложенной ситуации. При этом может потребоваться разработать объяснения или аргументацию с учетом контекста проблемы. (см. Приложение, задание «Бытовые отходы»)

В процессе работы над составлением заданий и анализом ответов учащихся разработчики концепции выявили и сформулировали семь фундаментальных математических способностей, которые, по их мнению, лежат в основе трёх познавательных процессов, принятых в исследовании, и являются неотъемлемой частью математической грамотности: *Передача сообщений/ информации, Математизация, Представление, Рассуждения и аргументация, Разработка стратегии решения проблемы, Использование символьного, формального или технического языка и операций, Использование математических инструментов*<sup>4</sup>.

Ниже (на рисунке 2.1) представлена модель математической грамотности<sup>5</sup>, принятая в исследовании 2012 г.

---

<sup>3</sup> OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. p. 28-29

<sup>4</sup> OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. p. 32

<sup>5</sup> OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. p. 26

**Проблема в контексте реального мира**

**Области математического содержания:** Количество, Неопределенность и данные, Изменение и зависимости, Пространство и форма

**Контекстные категории реального мира:** Личностные, Общественные, Профессиональные, Научные

**Математическое мышление и действие**

**Математические понятия, знания и умения**

**Фундаментальные математические способности:** Сообщать; Представлять; Разрабатывать стратегии; Математизировать; Рассуждать и аргументировать; Использовать символичный, формальный, технический язык и операции; Использовать математические инструменты

**Когнитивные процессы:** Формулировать, Применять, Интерпретировать

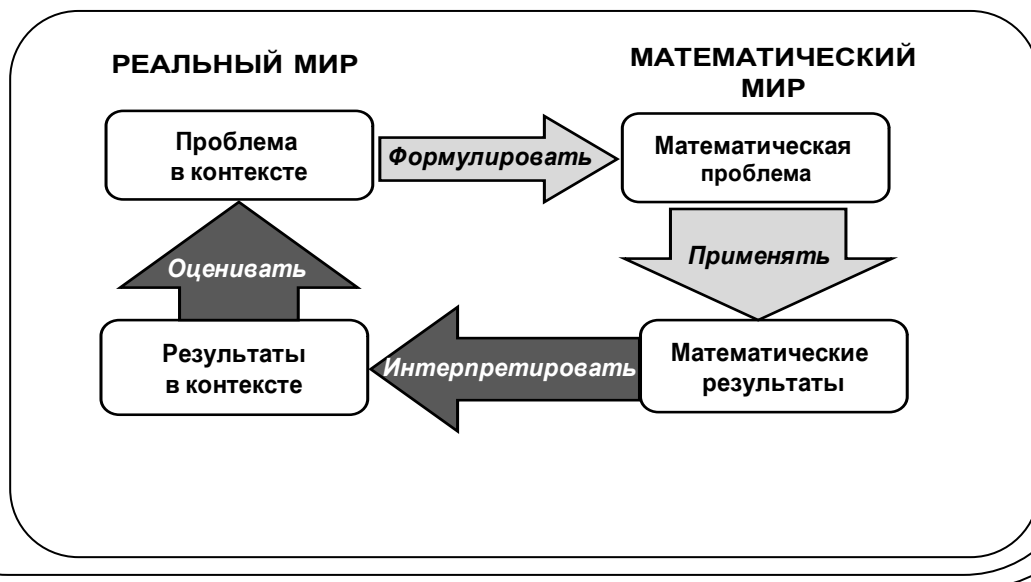


Рис. 2.1

На этой модели представлены основные конструкты в концепции оценки математической грамотности и связи между ними в исследовании PISA-2012, принятые всеми странами-участницами данного исследования. Содержимое самой большой рамки показывает, что математическая грамотность оценивается в контексте проблемы, которая возникает в реальном мире. Содержимое средней рамки освещает природу математического мышления и действия, которое может быть использовано для решения проблемы. Содержимое самой внутренней рамки описывает процессы, которые человек, решающий проблему, использует для конструирования решения. Подходы, которые используются в концепции оценки математической грамотности, отражают все главные компоненты определения.

Исследование отличают три акцента при оценке математической подготовки учащихся:

- соответствие подготовки нуждам учащихся в повседневной жизни;

- контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не выдуманным или притянутым за уши;
- «холистическое», а не фрагментарное применение математики, это означает, что требуется осуществить весь процесс от понимания проблемы, до ее формулирования, решения и сообщения результата, а не просто умение выполнить часть этого процесса (например, решить данное тригонометрическое уравнение, упростить данное алгебраическое выражение).

### *Контексты*

Цель исследования PISA – оценить готовность учащихся к применению математики в повседневной жизни – привела к необходимости разработки особого инструментария. Учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики. *Контекст задания* – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках описанной ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. В исследовании PISA в основном описываются ситуации из окружающего мира, наиболее близкие к личному миру учащихся и вызывающие у них интерес. Так, наиболее близкой частью реального мира является личная жизнь учащихся и школьная жизнь, затем профессиональная деятельность, повседневная жизнь местного общества и всего человечества. Наиболее отдаленными являются ситуации, связанные с наукой. Таким образом, при составлении заданий используются 4 категории контекстов: *личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, общественная жизнь и научная деятельность*.

Проблемы, которые ставятся в этих контекстах, являются частью опыта или практики участия учащихся в реальной окружающей действительности. Подобные проблемы можно противопоставить заданиям, характерным для школьных учебников математики, где главной целью является, скорее, попрактиковаться в математике, чем использовать ее для решения реальной проблемы. Эта подлинность в использовании математики – главный аспект планирования и анализа заданий в PISA, который тесно связан с определением *математической грамотности*.

Контексты, которые отнесены к личным, обычно связаны с повседневной личной жизнью учащегося (при общении с друзьями, занятиях спортом, покупками, отдыхом, повседневным бытом), его семьи, его друзей и сверстников. Описанные в них ситуации могут быть связаны с повседневными делами: покупки, приготовление пищи, игры, здоровье и др. (см. Приложение, задание «Пицца»)

Проблемы, которые предлагаются в профессиональных контекстах, связаны со школьной жизнью или трудовой деятельностью. Они включают такие действия, как измерения, подсчеты стоимости, заказ материалов для строительства (например, построить книжные полки в школьном кабинете математики), оплата счетов, выполнение некоторой работы. (см. Приложение, задания «Садовник»; «Скорость падения капель», вопросы 1,3)

Общественные контексты связаны с жизнью общества (местного, национального или всего мира). Ситуации, связанные с жизнью местного общества, касаются проблем, возникающих в ближайшем окружении учащихся (например, обмен валюты, денежные вклады в местном банке). Ситуации, возникающие в более широком обществе, могут быть сфокусированы на вопросах, относящихся к системам и результатам голосования (например, прогноз итогов выборов президента страны), транспорту, решениям правительства, демографическим вопросам, национальной статистике и экономике (см. Приложение, задание «Рок-концерт»).

Контексты, отнесенные к научным, обычно связаны с применением математики к науке или технологии, явлениям физического мира (например, на основе имеющихся статистических данных требуется сделать прогноз относительно наступления землетрясений). В них могут ставиться проблемы погоды или климата, экологии, медицины, космоса, генетики. В них могут быть представлены теоретические вопросы (например, анализ половозрастных пирамид населения) или чисто математические задачи, не связанные непосредственно с реальной жизнью (например, если даны длины двух сторон треугольника, то чему может быть равна длина третьей стороны). (см. Приложение, задания «Бытовые отходы»; «Вращающаяся дверь», вопросы 1,2,3; «Парусные корабли», вопросы 1,2,3)

### Содержательные области оценки математической грамотности

В исследовании в основу организации структуры математического содержания, которым должен обладать грамотный человек для решения разнообразных проблем, положен особый подход. Этот подход отличается от подхода, характерного для целей обучения математике и школьных программ – структурирование по содержательным линиям и математическим темам. В исследовании математическое содержание распределено по четырем категориям: *пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределенность и данные*, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею (феноменологическую категорию), которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области. В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые изучают учащие в школьном курсе математики. Именно из тематики содержания, охватываемого этими идеями, извлекаются соответствующие вопросы содержания, используемые для решения поставленной проблемы:

– *Изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом (см. Приложение, задания «Поездка на машине», «Пицца»);

– *Пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу (см. Приложение, задание «Садовник»);

– *Количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики (см. Приложение, задание «Рок-концерт»);

– *Неопределенность и данные* – область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности (см. Приложение, задание «Бытовые отходы»).

В исследовании подчеркивается, что в совокупности эти четыре содержательные области покрывают диапазон математических знаний, необходимых 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора. Следует отметить, что содержание заданий, предлагаемых в тестах, связано с материалом традиционных разделов или тем, составляющих основу программ обучения в большинстве стран мира, в том числе и в России: числа, алгебра, функции, геометрия, вероятность, статистика, дискретная математика (к ней отнесены комбинаторные задачи и задания на поиск закономерности в парах чисел, в числовых последовательностях и последовательностях геометрических фигур).

По сравнению с более традиционным тематическим подходом концентрация содержания проверки вокруг четырех содержательных областей (обобщающих идей) позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с особенностями (сущностью) реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет более адресно оценить

возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни (личной и общественной), что и является целью исследования PISA.

**Изменение и зависимости.** Естественный и воображаемый мир демонстрирует много временных и постоянных зависимостей между объектами и обстоятельствами, где изменения происходят внутри системы взаимосвязанных объектов или объекты влияют друг на друга. В этих условиях требуется распознать фундаментальные типы изменений и использовать адекватные математические модели для описания и предсказания изменения. Математически это означает моделирование изменения с помощью соответствующих функций, уравнений, неравенств, а также разработку, интерпретацию и перевод между символьной, табличной и графической формами представления зависимостей. (см. Приложение, задания «Скорость падения капель», вопросы 1,3), «Пицца», «Поездка на машине»)

**Пространство и форма.** Эта область охватывает широкое разнообразие явлений, которые окружают нас в видимом мире: расположение и ориентация, представление и свойства объектов. Геометрия служат главной основой, привлекая пространственное воображение, измерения и алгебру. Центральными являются формулы измерения геометрических величин. Учащимся приходится выполнять такие действия, как понимание перспективы рисунка, создание и чтение карт, трансформация форм, интерпретация трёхмерных изображений, построение фигур. (см. Приложение, задания «Садовник»; «Парусные корабли», вопрос 2; «Вращающаяся дверь», вопросы 1,2)

**Количество.** Понятие количества является самым распространённым и существенным аспектом при рассмотрении явлений и объектов, с которым приходится иметь дело в окружающем нас мире. На количествах базируются выражение в количественной форме свойств объектов, закономерностей, ситуаций и величин, понимание различных представлений этих количественных форм, интерпретация и аргументирование. Необходимость иметь дело с количественными представлениями в мире требует понимания измерений, счета, величин, единиц измерения, числовых трендов и закономерностей. Существенную часть математической грамотности в области «Количество» составляют аспекты количественных рассуждений, которые связаны со смыслом числа, различными представлениями чисел, изяществом вычислений, вычислениями в уме, оценкой разумности результатов. (см. Приложение, задания «Рок-концерт»; «Парусные корабли», вопрос 1; «Вращающаяся дверь», вопрос 3)

Числовое выражение – основной метод для описания и измерения множества свойств различных объектов мира. Он обеспечивает возможность моделирования ситуаций, изучения изменений и зависимостей для описания и манипулирования пространством и форм, для организации и интерпретации данных, для измерения и оценки неопределённости. Математическая грамотность в области «Количество» включает применение знания чисел и операций с ними в разнообразных ситуациях, представленных в рамках всех категорий содержательной области.

**Неопределённость и данные.** В науке, технологии и повседневной жизни неопределённость является непреложным фактом. Она характерна для многих проблемных ситуаций: научных прогнозов, результатов опросов, прогнозов погоды, экономических моделей. Анализ неопределённости включает: распознавание неопределённости, место вариации в процессе, понимание смысла и количественного выражения этой вариации, определение ошибки измерения, определение шансов наступления того или иного события. Кроме того, при рассмотрении неопределённости требуется формирование, интерпретация и оценка выводов. Представление и интерпретация данных – ключевые понятия в этой области. (см. Приложение, задания «Бытовые отходы»; «Продажа музыкальных дисков», вопросы 1,3)

### Перечень знаний, умений, способностей, необходимых для успешного функционирования в современном обществе

В исследованиях, которые ставят перед собой задачу оценки учебных достижений учащихся, традиционную для мониторинговых исследований в области оценки подготовки учащихся, разработка инструментария обычно осуществляется на основе содержания программы по математике и программных требований к подготовке учащихся (примером такого исследования является TIMSS). При этом учащимся в основном предлагаются учебные задачи разного уровня сложности, в большинстве случаев не характерные для повседневной жизни учащихся, но позволяющие проверить умение применять изученные знания в стандартных или нестандартных учебных ситуациях. При разработке исследования PISA использован другой подход – был подготовлен отчет экспертов относительно того, какие задачи, возникающие в повседневной жизни, приходится разрешать средствами математики, и затем были определены именно те математические знания и умения, которые требуются для решения подобных задач. Очевидно, что эти знания не должны были выходить за рамки школьных программ. В то же время не ставилась цель проверить те знания, которые не находили явного применения в повседневной жизни. Поэтому не удивительно, что объем этих знаний и умений оказался существенно уже по сравнению с тем, который формируется в школьном курсе математики.

Для успешного понимания и решения контекстных проблем, предложенных в тестах исследования PISA, требуется владеть рядом математических понятий, процедурами, фактами и инструментами на определенном уровне понимания и глубины усвоения. Этот отбор был сделан на основе анализа стандартов по математике 11 развитых стран мира, в числе которых были страны, показавшие в исследованиях PISA самые высокие результаты. Учитывалось, какие знания эти страны считали реально достижимыми и необходимыми для обеспечения возможности учащихся начать работать или поступить в институты для получения высшего образования, а также обеспечивают ли эти знания возможность 15-летним учащимся быть конструктивными, заинтересованными и размышляющими членами современного общества.

Ниже приводится составленный разработчиками концепции исследования перечень математических тем, владение которыми необходимо для успешного выполнения тестовых заданий в исследовании PISA-2012<sup>6</sup>. Он не является исчерпывающим, но позволяет составить представление о тематике математического содержания, предметных знаниях и умениях.

#### Предметные знания, умения

*Функции:* Понятие функции, причем основное внимание уделяется линейным функциям, но не сводится только к ним, их свойства, разнообразные формы их описания и представления. Обычно используются такие формы представления функции, как словесная, символьная, табличная и графическая.

*Алгебраические выражения:* Словесная интерпретация и операции с алгебраическими выражениями, работа со значениями переменных, символами, подстановка значений переменных и вычисление значения выражения.

*Уравнения и неравенства:* Линейные уравнения, системы линейных уравнений и неравенства, простые квадратные уравнения, аналитические и неаналитические методы решения (например, метод «проб и ошибок»).

*Система координат:* Представление и описание данных, их расположения и зависимостей.

*Отношения в рамках геометрического объекта и среди геометрических объектов в двумерном и трёхмерном пространстве:* Статические отношения такие, как

---

<sup>6</sup> OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. p. 35-36



алгебраические связи между элементами фигур (например, Теорема Пифагора, определяющая отношение между длинами сторон прямоугольного треугольника, соотношения между сторонами треугольника), относительное расположение, равенство и подобие, динамические зависимости, включая движения объектов на плоскости и в пространстве, а также соотношения между двумерными и трёхмерными объектами. Соотношения между углами *при двух параллельных прямых и секущей*. Формулы площади треугольника, периметра и площади прямоугольника. *Пространственные фигуры и их свойства (прямоугольный параллелепипед, сфера, конус, цилиндр), формулы вычисления площадей поверхности и объема.*

*Измерения:* Количественная характеристика свойств фигур и объектов, между фигурами и объектами, величины углов, расстояний, длины, периметра, окружности, площади и объема.

*Числа и единицы измерения:* Понятие о числе, представление чисел и систем счисления, свойства целых и рациональных чисел, первоначальные представления об иррациональных числах. Значения и единицы измерения таких величин, как время, деньги, масса, температура, расстояние, площадь, объем, а также производных величин (например, скорости – км/ч) и их численное выражение.

*Арифметические и алгебраические операции:* Смысл и свойства этих операций и принятых соглашений (например, законов), включая возведение чисел в натуральную степень и извлечение простых квадратных корней.

*Проценты, отношения и пропорции:* Вычисление их величины, применение пропорций и прямо пропорциональных отношений для решения проблем.

*Оценка:* Отвечающие поставленной цели приближенные значения величин и числовых выражений, включая значимые цифры и округление.

*Принципы подсчётов:* Простые сочетания и перестановки (в расчете на способ перебора вариантов).

*Набор данных, представление и интерпретация:* Природа, происхождение, наборы разнообразных данных, различные способы их представления и интерпретации.

*Изменчивость данных и её описание:* Такие понятия, как изменчивость, распределение, центральная тенденция набора данных, способы описания и интерпретации этих данных в количественных выражениях.

*Выборки и составление выборок:* Понятие выборки и выбора из совокупностей данных, включая простые выводы на основе свойств выборок.

*Случайность и вероятность:* Понятие случайного события, случайное изменение и его представление, частота и вероятность событий, основные аспекты понятия вероятности.

### Метапредметные умения

Тестовые задания по математике в исследовании PISA предлагаются учащимся в контекстной форме. К каждому заданию дается описание некоторой ситуации и предлагается от 1 до 3 вопросов, в которых ставятся проблемы, которые надо решить, пользуясь информацией, предложенной в описании ситуации и в самом вопросе. Поэтому успешность выполнения этих заданий существенно зависит не только от предметных знаний, но и от овладения учащимися стратегиями смыслового чтения и умения работать с текстом. К ним следует отнести, например, такие виды деятельности:

- решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста;
- удерживать условия задания в процессе решения;
- самоконтроль за выполнением условий (ограничений) в описании ситуации при нахождении решения и интерпретации полученного решения в рамках предложенной ситуации;

– работать с информацией, представленной в различной форме (текста, таблицы, диаграммы столбчатой или круговой, схемы, рисунка, чертежа с обозначением видимых и невидимых элементов геометрической фигуры) в контексте конкретной проблемы.

Кроме того, успешность в проявлении математической грамотности существенно зависит от овладения познавательными универсальными действиями логического и алгоритмического характера, общим приёмом решения задач, которые в значительной степени формируются при изучении математики.

Следует отметить, что приведенный выше перечень предметных знаний, умений в основном не выходит за рамки требований к математической подготовке выпускников основной российской школы, представленных в стандарте 2004 года и в Примерной основной образовательной программе образовательного учреждения, которая разработана в соответствии с требованиями стандарта 2009 г.<sup>7</sup>

### Характер тестовых заданий по математике. Структура вариантов тестов

Задания по математике включали словесное описание ситуации, к которому нередко прилагалась дополнительная информация в форме таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем, а также один или более вопросов, связанных с этой ситуацией. В ряде вопросов давалось дополнительное описание (условия или количественные данные) ситуации, предложенной в начале задания. При этом во многих случаях для ответа на последующие вопросы надо было использовать не только данные из описания ситуации, но и данные, полученные при ответе на предыдущие вопросы. В целом ситуации подбирались настолько близкими к реальным, насколько это было возможно, учитывая ограниченное время на тестирование учащихся.

При составлении и отборе математических заданий, обеспечивающих проверку трех установленных видов познавательной деятельности, предпочтение было отдано «применению»: «Формулировать» – 25% заданий, «Применять» – 50%, «Интерпретировать» – 25%. Такое распределение заданий позволило сбалансировать примерно одинаковое внимание к двум видам деятельности, которые обеспечивают связь между реальным миром и математикой («Формулировать» и «Интерпретировать»), и к такому виду деятельности, как работа с математическими проблемами («Применять»). По 4 содержательным областям и по 4 категориям контекста задания были распределены в равной мере – примерно по 25% на каждую область и каждую категорию контекста.

В тестах использовались три типа заданий: с выбором ответа, с закрытым свободным ответом и открытым свободным ответом. Выполнение заданий с выбором ответа, когда из готовых вариантов надо было выбрать один или несколько верных ответов, в основном оценивалось автоматически с помощью компьютера. Автоматически оценивалось и выполнение заданий с закрытым свободным ответом, когда требовалось записать только краткий определенный ответ в виде конкретного числового значения, слова (см. Приложение, задание «Вращающаяся дверь», вопрос 2). Выполнение заданий, где требовалось записать в свободной форме решение или объяснение полученного ответа, оценивали эксперты на основе критериев, разработанных для каждого задания. (см. Приложение, задания «Парусные корабли», вопрос 3; «Скорость падения капель», вопрос 1).

Таким образом, все задания по математике были классифицированы по 4 категориям: виду познавательной деятельности (3 вида), области содержания (4 области), контексту (4 ситуации) и типу требуемого ответа на задание (3 типа).

При тестировании учащимся разрешалось пользоваться калькулятором, так как это принято в школе. Для получения ответа на большинство математических заданий

---

<sup>7</sup> Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. Е.С. Савинов]. – М.: Просвещение, 2011. – 342 с. – (Стандарты второго поколения), с. 34-36, 66-72, 205-210

вычисления были несложными. Только в нескольких заданиях преимущество калькулятора было явным, так как существенно сэкономило время.

Трудность заданий зависит от степени активации фундаментальных способностей, состояние которых определяет уровень математической грамотности. Оценка трудности экспериментальных тестовых заданий проводилась в процессе предварительных исследований на ограниченных выборках учащихся различных стран-участниц. На основе результатов этой проверки были отобраны тестовые задания, которые широко варьировались по трудности и соответствовали возможностям учащихся с разным уровнем состояния фундаментальных математических способностей – от наиболее до наименее способных.

В результате для тестов, которые предлагались на бумаге, были составлены 9 групп заданий, каждая рассчитана на 30 мин времени тестирования. Из них 3 группы включали задания из тестов, которые использовались в предыдущих циклах исследования, 4 группы («стандартные») содержали задания, составленные на новом материале, которые широко варьировались по трудности, а 2 группы («облегченные») были составлены на более легком материале. Включение заданий прежних лет обеспечивало возможность сравнения результатов, показанных странами в разных циклах исследования.

Варианты тестов для более развитых стран, включая и Россию, были составлены по определенной технологии с использованием 7 групп заданий: 3 группы – задания прежних лет и 4 группы – новые «стандартные» задания. Для менее развитых стран использовались не «стандартные», а облегченные по трудности задания. В каждом варианте теста были 4 группы заданий (120 мин) по математике, чтению и естественным наукам. Каждая группа содержала 12-13 заданий.

### Оценка компьютерной грамотности

Широкое использование компьютеров во всех областях повседневной жизни современного общества привело к тому, что компетентность в математической грамотности с очевидностью должна включать владение компьютером. Поэтому в исследовании 2012 года приведенные в определении математической грамотности слова «...использование ... инструментов...» (см. определение на с. 1) относятся не только к таким инструментам, как линейка и транспортир, но и к калькулятору и компьютеру. Таким образом, в исследовании 2012 года планировалось контролировать аспекты математики и информационно-коммуникационных технологий (ИКТ).

Для оценки этой стороны математической грамотности в 2012 г. в тесты по математике впервые были включены задания на компьютере, ответы на которые учащиеся сами вводят в компьютер. Выполнение этих заданий было связано с применением математики с помощью использования компьютера и калькулятора. Следует отметить, что при их выполнении требования к овладению использованием компьютера были гораздо ниже, чем к овладению математикой.

Компьютер предлагает инструменты для проведения вычислений, создания зрительных образов, модификации изображений и проведения исследований с разнообразными математическими объектами, явлениями и процессами. Использование компьютера позволило включить новые типы заданий, с которыми можно работать в диалоговом режиме, предлагать значительные по объему базы реальных статистических данных, движущиеся объекты, трёхмерные объекты и возможность их трансформации, использовать цвет, графики, диаграммы, схемы, чтобы сделать тестовые задания более привлекательными для учащихся. Важно отметить, что использование заданий, предлагаемых на компьютере, обогатило содержание тестов, связанных с каждой из четырех содержательных областей, выделенных в исследовании.

Так, в заданиях, связанных с областью «Изменение и зависимости», были представлены динамические изображения и возможность ими манипулировать. Например,

изменение во времени (процессы роста или движения) можно было представить с помощью компьютерного моделирования посредством связанных между собой функций, графиков и таблиц с данными. Это позволило обеспечить возможность учащимся самим поработать с данными, изменять параметры, создавать таблицы значений переменных, проводить эксперименты с геометрическими зависимостями, организовывать данные и вычислять по формулам. То есть расширило возможность оценки готовности учащихся применять математику.

Задания на компьютере в области «Пространство и форма» дают возможность учащимся манипулировать с динамическими представлениями форм и исследовать зависимости в рамках некоторого объекта или между несколькими геометрическими объектами, расположенными в пространстве, поворачивая их с целью получения точного образа. Эта технология позволяет учащимся интегрировать знание геометрии с визуальной информацией для построения точной модели. Учащиеся могут выбрать и использовать виртуальные измерительные инструменты для выполнения измерений на плане, изображении и модели.

Задания на компьютере в области «Количество» позволяют учащимся использовать широкие вычислительные мощности современной технологии. Она освобождает учащихся от бремени объемных вычислений и позволяет сосредоточиться на стратегии решения проблемы, но не уменьшает необходимость глубокого понимания математики. Интеграция современной технологии в исследование позволяет включать задания, которые требуют такого уровня числовых и статистических вычислений, которые были невозможны при выполнении тестов на бумаге, занимая слишком много времени.

Задания на компьютере в области «Неопределенность и данные» обеспечивают возможность работать с большими наборами статистических данных, характерными для описания многих реальных явлений, автоматизировать сложные вычисления. Учащимся предоставляется возможность выбора соответствующих инструментов для работы с данными, их представления и анализа. Использование компьютера позволяет генерировать случайные исходы, исследовать вероятностные ситуации с помощью моделирования эмпирической вероятности событий и свойств выборок.

В рамках исследования 2012 г. предлагались задания, для выполнения которых необходимы те же аспекты математической грамотности, которые необходимы при выполнении математических заданий и без использования компьютера. При этом задания на компьютере контролировали следующие компетенции в рамках ICT:

- строить таблицу, диаграмму (круговую, столбчатую), схему, график на основе предложенных данных, используя простые приемы;
- строить графики функций или использовать готовые графики для ответа на вопросы;
- сортировать (классифицировать) данные и планировать эффективные стратегии сортировки;
- использовать калькуляторы ручные или на экране компьютера;
- использовать виртуальные инструменты такие, как линейка или транспортир на экране компьютера, и трансформировать изображение, используя диалоговое окно или мышь для поворота, отражения или переноса изображения.

Задания на компьютере требовали применения базовых умений по работе с компьютером. Эти умения включали знание основных элементов электронных устройств, (например, клавиатуры и мыши) и основных договоренностей (например, нажатие стрелок, чтобы двигаться вперед, и специальных кнопок для выполнения команд). При разработке заданий на компьютере требования к овладению такими умениями были сведены к минимальным.

Варианты тестов, которые предлагались учащимся на компьютере, включали 2 группы заданий (60 мин) на 30 мин каждая. Эти варианты, составленные по определенной

технологии, включали группы заданий по математике или по чтению или по «решению проблем».

В рамках исследования 2012 года предполагалось получить информацию об особенностях, отличающих задания на компьютере от предлагаемых на бумаге, а также с помощью анкетирования учащихся выявить влияние среды на успешность выполнения заданий на компьютере. Задания в тестах 2012 г. являлись только началом разработки заданий на компьютере. На их основе предполагается разработать более информативные задания, которые позволят более полно реализовать возможности компьютера.

### Оценка трудности заданий и уровня математической грамотности учащихся на основе выполнения тестов

Разработчики инструментария исследования обосновали, что, используя технику современного моделирования (разработанную в рамках теории IRT- Item Response Theory), при рассмотренном выше дизайне вариантов теста возможно сконструировать шкалу измерения математической деятельности. Тогда каждому заданию будет отвечать точка на этой шкале, которая определяется с учетом его трудности, а каждому учащемуся будет соответствовать точка на этой же шкале, которая определяется с учетом продемонстрированного им уровня продуктивной деятельности при выполнении заданий. При этом реальная трудность тестового задания определяется с учетом процента выполнивших его учащихся, а уровень деятельности учащегося при выполнении конкретного теста может быть оценен с учетом количества и трудности заданий, с которыми он справился.

Математическая модель, которая использовалась для анализа результатов исследования вводилась с помощью итерационных процедур одновременной оценки вероятности того, что конкретный ученик выполнит верно задания данного теста, и вероятности того, что конкретное задание будет выполнено данной выборкой учащихся. В результате этих процедур стало возможным создать единую непрерывную шкалу оценок уровня математической грамотности. Эта 1000-балльная шкала была впервые сконструирована в исследовании 2003 года таким образом, чтобы средняя оценка для всех стран OECD<sup>8</sup> была равна 500, стандартное отклонение – 100. Расположение на этой шкале оценок, полученных учащимися и приписанных заданиям, показывает, какой уровень грамотности демонстрирует учащийся и какому уровню грамотности соответствует задание.

Реальная трудность задания оценивалась баллом, который определялся по этой шкале на основе результатов его выполнения учащимися-участниками исследования. Каждому учащемуся с учетом реальной трудности всех решенных им заданий по этой же шкале выставлялся балл, который оценивал состояние его математической грамотности.

Сравнение результатов, показанных странами на разных этапах исследования (2003, 2006, 2009, 2012 гг.), проводилось на основе соотнесения результатов выполнения одних и тех же заданий, предлагавшихся в тестах 2003 года, когда изучение математической грамотности было приоритетным, и в тестах на последующих этапах исследования.

---

<sup>8</sup> Введение такой шкалы оценки математической грамотности объясняется тем, что инициатором исследования PISA является организация OECD (Organization for Economic Co-Operation and Development). Поэтому исследование, в первую очередь, было ориентировано на оценку математической грамотности учащихся тех стран, которые были членами данной организации. Этот подход к разработке шкалы позволил на каждом из циклов исследования проводить на одной и той же основе сравнение средних показателей выполнения учащимися стран OECD конкретных заданий или групп заданий, а также всех математических заданий в целом с результатами других стран-участниц.

Для того чтобы характеризовать оценки учащихся с помощью постоянного и значимого по смыслу показателя, разработанная единая 1000-балльная шкала была разделена в 2012 г. на 6 интервалов по убыванию значений, определяющих разные уровни успешности учащихся при выполнении тестов. Каждый из этих интервалов определял один из 6 выделенных уровней успешности математической деятельности, которая требовалась для решения заданий, по трудности соответствующих данному интервалу значений. Эти уровни были приведены в соответствие с уровнями, установленными в 2003 г. Самый высокий 6-й уровень определялся группой заданий, трудность которых была оценена самыми высокими баллами (выше 699,3 балла) по сравнению с другими заданиями, а самый низкий уровень 1-й (357 – 420 баллов) – самыми низкими по трудности заданиями. Уровень математической грамотности учащихся, которые не достигли 1-го уровня, считался ниже 1-го (ниже 357,8 балла).

Очевидно, что эта оценка математической грамотности ученика имеет вероятностный характер. Поэтому ее нельзя трактовать так, что конкретный ученик не способен решить ни одной задачи, реальная трудность которой выше полученного им балла, и решит любую задачу, трудность которой ниже полученного им балла. Использованный подход позволяет сделать следующий вывод: существует достаточно большая вероятность (62%), что ученик успешно справится с заданиями, трудность которых ниже оценки состояния его математической грамотности, и, скорее, не сможет выполнить задания, трудность которых выше полученной им оценки.

Различие математической деятельности, характерной для каждого из 6-ти выделенных уровней, определяется: сложностью интерпретации и рассуждений, необходимых для решения проблемы; сложностью способа решения (от одношагового до многошагового решения); формой представления информации в описании предлагаемой ситуации (от единственной формы до нескольких форм); сложностью математической аргументации.

Ниже (в таблице 2.1) приведено описание видов деятельности, характерной для каждого из выделенных уровней математической грамотности. Описание каждого уровня составлено на основе содержания и математической деятельности, которая требуется для выполнения заданий с показателями трудности, принадлежащими интервалу шкалы, отвечающему данному уровню. Следует иметь в виду, что деятельность, характерная для предыдущих по сложности уровней грамотности, включается в последующие более высокие уровни грамотности.

Таблица 2.1

### Описание уровней математической грамотности в исследовании PISA-2012

<b>Что могут продемонстрировать учащиеся, достигшие 1– 6 уровни математической грамотности</b>
<p><u>Уровень 6 (нижняя граница в баллах – 669,30)</u></p> <p>Учащиеся, математическая грамотность которых отвечает этому уровню, могут осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную ими на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций, и могут использовать свои знания в нетипичных контекстах. Они могут связывать и использовать информацию из разных источников, представленную в различной форме, и свободно преобразовывать и переходить от одной формы к другой. Эти учащиеся обладают продвинутым математическим мышлением и умением проводить рассуждения. Они могут применять интуицию и понимание наряду с владением математическими символами, операциями и зависимостями для разработки новых подходов и стратегий к разрешению новых проблемных ситуаций. Учащиеся могут размышлять над своими действиями, формулировать и точно и ясно комментировать свои действия и размышления относительно своих находок, интерпретации, и</p>

**Что могут продемонстрировать учащиеся, достигшие  
1– 6 уровни математической грамотности**

аргументов и объяснять, почему они были использованы в данной ситуации.  
(см. Приложение задания: «Вращающаяся дверь, вопрос 2» (840,3 балла), «Парусные корабли», вопрос 3)

**В исследовании 2012 г. – 1,5% российских 15-летних учащихся достигли этого уровня.**

**Уровень 5** (границы в баллах: 606,99 – 669,30)

Учащиеся могут создавать и работать с моделями сложных проблемных ситуаций, распознавать их ограничения и устанавливать соответствующие допущения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии решения комплексных проблем, которые отвечают этим моделям. При рассмотрении предложенной ситуации эти учащиеся могут работать целенаправленно, используя хорошо развитые умения размышлять и рассуждать, адекватные, связанные между собой формы представления информации, описания с помощью символов и формального языка и интуицию, отвечающие этим ситуациям. Они начинают размышлять над выполненной ими работой и могут формулировать и излагать свою интерпретацию и рассуждения.

(см. Приложение, задание «Скорость падения капель», вопросы 1,3)

**В исследовании 2012 г. – 6,3% российских 15-летних учащихся достигли этого уровня.**

**Уровень 4** (границы в баллах: 544,68 – 606,99)

Учащиеся способны эффективно работать с четко определенными (детальными) моделями сложных конкретных ситуаций, которые могут иметь определенные ограничения или требуют установления некоторых допущений. Они могут выбрать и интегрировать информацию, представленную в различной форме, включая математические символы, и связывать ее напрямую с различными аспектами предложенных реальных ситуаций. Учащиеся могут использовать ограниченный диапазон своих умений и могут рассуждать, проявляя некоторую интуицию, в простых ситуациях. Они могут сформулировать и изложить свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия. (см. Приложение, задание «Вращающаяся дверь, вопрос 3» (561,3 балла).

**В исследовании 2012 г. – 15,7% российских 15-летних учащихся достигли этого уровня.**

**Уровень 3** (границы в баллах: 482,38 – 544,68)

Учащиеся способны выполнять четко описанные процедуры, включая и те процедуры, которые могут требовать принятия решения на каждом последующем шаге. У них достаточно здравая интерпретация, чтобы служить основой для выбора и применения простых методов решения. Эти учащиеся способны интерпретировать и использовать представления, основанные на различных информационных источниках, и проводить прямые рассуждения на этой основе. Они обычно демонстрируют некоторую способность справляться с процентами, обыкновенными и десятичными дробями, работать с пропорциональными зависимостями. Приведенные ими решения показывают, что они способны проводить элементарную интерпретацию полученных результатов и рассуждения.

(см. Приложение, задание: «Вращающаяся дверь, вопрос 1» (512,3 балла)

**В исследовании 2012 г. – 26,0% российских 15-летних учащихся достигли этого уровня.**

**Уровень 2** (границы в баллах: 420,07 – 482,38)

Учащиеся могут интерпретировать и распознать в контекстах такие ситуации, где требуется сделать не более чем прямой вывод. Они способны извлечь нужную информацию из единственного источника и использовать информацию,

<b>Что могут продемонстрировать учащиеся, достигшие 1– 6 уровни математической грамотности</b>
<p>представленную в единственной форме. Учащиеся могут применять стандартные алгоритмы, формулы, процедуры, соглашения или правила для решения проблем, в которых приходится иметь дело с натуральными числами. Они способны грамотно интерпретировать полученные результаты. (см. Приложение, задание «Продажа компакт-дисков, вопрос 2» (428,2 балла) <b>В исследовании 2012 г. – 26,6% российских 15-летних учащихся достигли этого уровня.</b></p>
<p><b>Уровень 1</b> (границы в баллах: 357,77 – 420,07) Учащиеся способны ответить на вопросы в знакомых контекстах, когда представлена вся необходимая информация и вопросы ясно сформулированы. Они способны распознать нужную информацию и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями в четко определенных ситуациях. Они могут выполнить действия, которые почти всегда очевидны и явно следуют из описания предложенной ситуации. (см. Приложение, задание «Продажа компакт-дисков, вопрос 2» (415,0 балла) <b>В исследовании 2012 г. – 16,5% российских 15-летних учащихся достигли этого уровня.</b></p>
<p><b>Уровень ниже 1</b> (верхняя граница в баллах 357,77) Учащиеся способны выполнить очень прямые и простые математические задания, например, найти единственное значение на четко оформленной диаграмме или в таблице, где надписи на диаграммах или столбцах и строках таблицы полностью соответствуют словам, приведенным в описании ситуации и в вопросах к ней. Таким образом, критерии выбора должны быть ясны учащимся, а зависимость между диаграммой или таблицей и аспектами контекста очевидна, а для выполнения арифметических вычислений с натуральными числами даны четкие указания. (см. Приложения, задание: «Продажа компакт-дисков, вопрос 1» (347,7 балла) <b>В исследовании 2012 г. – 7,5% российских 15-летних учащихся достигли этого уровня.</b></p>

В исследовании считается, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. При этом отнесение учащихся к группе, показавшей результаты ниже 1-го уровня, означает, что этот ученик не смог успешно применить свои математические знания даже в самых простых ситуациях, которые были предложены в международных тестах.

Центральную роль в определении различных уровней успешности математической грамотности играют фундаментальные математические способности. Так, например, второе предложение в описании 4 уровня грамотности высвечивает аспекты математизации и представления информации, которые отличают этот уровень грамотности. Последнее предложение характеризует коммуникативные умения и умение рассуждать, явно показывая, насколько они сложнее по сравнению с этими умениями на 3 уровне грамотности и насколько проще по сравнению с этими умениями на 5 уровне.

Каждому из шести выделенных уровней математической грамотности отвечают соответствующие задания, включенные в варианты международного теста.

В заданиях, отвечающих самому *низкому 1-му уровню* математической грамотности, предлагается относительно знакомая проблемная ситуация. Для ее разрешения требуется интерпретация несложного текста, прямое применение хорошо известных математических знаний в знакомой ситуации. В основном требуется, например, «прочитать» некоторые данные на диаграмме (см. Приложение, задание «Продажа компакт-дисков», вопросы 1, 2 (Россия – 89%, 72%), графике или в таблице, выполнить



очевидные вычисления, упорядочить некоторое небольшое множество чисел, подсчитать число возможных комбинаций в несложной комбинаторной задаче, распознать, применив пространственное воображение, вид трёхмерной фигуры при её повороте на некоторый угол, решить несложную практическую задачу.

В заданиях, отвечающих *средним уровням* (3-4-му) математической грамотности, от учащихся требуется интерпретировать описание более сложной ситуации, с которой учащиеся, возможно, и встречались, но не практиковались. В этих заданиях предлагается несколько более формальных способов представления информации (в тексте условия задания, на графике или в таблице), которую надо связать между собой, чтобы проанализировать ситуацию. При их решении часто требуется работать с графиками реальных величин, формулами реальных процессов, применить пространственные представления знакомых геометрических объектов, пространственное воображение и геометрические знания, чтобы определить значения искомых геометрических величин, построить цепочку рассуждений или выполнить последовательность вычислений, привести несложные объяснения выполненных действий или полученного ответа. (см. Приложение, задания: «Соус» (Россия – 58%), «Парусные корабли», вопрос 2 (Россия – 45%) , «Вращающаяся дверь», вопрос 3 (Россия – 38%)).

В заданиях, отвечающих более *высоким уровням* (5-му и 6-му) математической грамотности, требуется интерпретация более сложной незнакомой ситуации, проведение более сложных размышлений и творческий подход для ее разрешения. Обычно нужно самостоятельно составить математическую модель предложенной ситуации, аргументировать и создать соответствующий способ решения. Ситуация может быть разрешена с помощью различных способов решения, на которые условие задачи не дает даже намека. У 15-летних учащихся во всех странах выполнение подобных заданий вызвало значительные затруднения (см. Приложение, задания: «Вращающаяся дверь, вопрос 2» (Россия – 3%), «Скорость падения капель», вопросы 1, 3. (Россия – 33%. 36%) .

Распределение выборки учащихся на основе результатов тестирования по выделенным шести уровням используется в исследовании PISA для оценки общего состояния и выявления тенденций изменения математической грамотности в странах-участницах. Наряду с этим показателем используется также средний балл, выставленный за выполнение всех математических заданий выборке учащихся каждой страны-участницы. Для выявления тенденций изменения проводится сравнение этих двух показателей по каждой стране со значениями этих же показателей, полученными данной страной на предыдущих циклах исследования, учащимися стран-членов организации ОЭСР, которая инициировала исследование PISA, учащимися всех других стран-участниц.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью исследования PISA была разработка инструментария, позволяющего оценить эффективность стран в подготовке учащихся использовать математику в личной, общественной и профессиональной жизни таким образом, который присущ конструктивному, заинтересованному и размышляющему гражданину. С этой целью было разработано определение математической грамотности и концепция её оценки, отражающая основные компоненты данного определения. Задания, включенные в тесты 2012 г., базируются на этой концепции и сбалансированы в отношении оценки установленных видов познавательной деятельности, содержания и контекста. Все задания направлены на включение учащихся в процесс решения жизненных задач, который требует использовать изученное содержание и применить знания, умения, способности и приобретенный жизненный опыт. Они ставят проблемы разного уровня сложности, но, как правило, требующие от учащихся самостоятельных размышлений для их разрешения.

Сравнение содержания и результатов, показанных странами-участницами в исследовании PISA и в другом современном международном исследовании TIMSS<sup>9</sup>, убедительно свидетельствует о том, что в каждом из них в большей или меньшей степени оцениваются те или иные стороны математической подготовки учащихся, развитие которых зависит от особенностей программ стран-участниц. Так, исследование TIMSS ориентировано на содержание программ по математике и использует значительное число близких к учебным заданиям по таким разделам, как «алгебра» и «числа и вычисления», что обеспечивает преимущество тем странам, для которых характерен академический подход к изучению математики (например, Россия, страны Азии и Восточной Европы). В то же время PISA ориентирована на применение математики в повседневных ситуациях и использует значительное число заданий по таким разделам, как «вероятность, статистика» и «измерения», что дает преимущество странам, в которых подход в обучении ориентирован на применение полученных знаний (например, англоговорящие страны и страны Западной Европы). Разработчики концепции исследования PISA<sup>10</sup> справедливо считают, что различие результатов, показанных конкретной страной в TIMSS и PISA, в значительной степени объясняется двумя основными факторами: существенным различием содержания тестов и числом лет обучения в школе участвующих в них учащихся. В PISA – это учащиеся 15 лет, обучающиеся в основном в 9 и 10 классах, в TIMSS – это учащиеся 8-го класса.

---

<sup>9</sup> Исследование TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) инициировано Международной ассоциацией по оценке образовательных достижений (IEA) в 1990 г. В рамках исследования оценивается качество математического и естественнонаучного образования. За 1995 – 2011 гг. проведено 5 циклов этого исследования. В нем принимали участие более 50 стран мира.

<sup>10</sup> a) Margaret Wu The Impact of PISA in Mathematics Education – Linking Mathematics and Real World. PISA Regional Conference Hong Kong November 21-22, 2003

b) Margaret Wu (2006) A Comparison of PISA and TIMSS 2003 achievement results in Mathematics and Science. Melbourne.; University of Melbourne, m.wu@unimelb.edu.au